



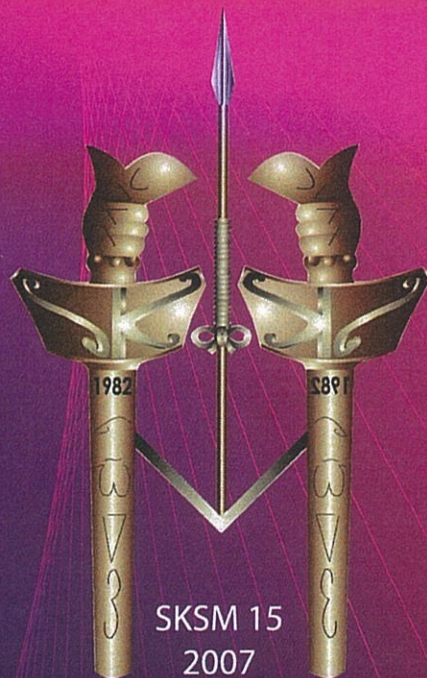
UNIVERSITI  
TEKNOLOGI  
MARA

# PROSIDING

## *Symposium*

### KEBANGSAAN SAINS MATEMATIK KE-15

"Sains Matematik Pemangkin Pembangunan Modal Insan"



Persatuan Pendidikan Matematik Malaysia

Fakulti Teknologi Maklumat & Sains Kuantitatif



Persatuan Sains Matematik Malaysia

5 - 7 Jun 2007 | Hotel Concorde Shah Alam



# KESFERAAN DAN KUMPULAN GAMBAR RAJAH BAGI PERSEMBAHAN MONOID CAMPURAN

$$[a, t; a^n, (ta)^m = (at)^m, (m, n \in \mathbb{N})]$$

Tay Choo Chuan dan Abd. Ghafur Ahmad

## ABSTRAK

Kertas ini membincangkan mengenai kesferaan bagi persembahan monoid campuran  $[a, t; a^n, (ta)^m = (at)^m, (m, n \in \mathbb{N})]$ . Seterusnya kumpulan gambar rajah yang terbentuk daripada persembahan ini akan ditentukan.

**Kata Kunci:** Kenirsfera, Kumpulan Gambar Rajah, Persembahan Monid Campuran.

## 1. PENDAHULUAN

Persembahan monoid campuran  $M$  ialah pasangan rangkap 4,  $[a, t; s, r]$  yang  $\langle a; s \rangle$  suatu persembahan kumpulan,  $t$  suatu set penjana manakala unsur set penghubung  $r$  berbentuk

$$w_1 t_1 w_2 t_2 \dots w_n t_n = w_1 t_1 w_2 t_2 \dots w_m t_m$$

yang  $w_i, w_j$  perkataan dalam  $a$  manakala  $t_i, t_j \in t$ .

Gambar monoid  $P$  dalam  $M$  merupakan suatu objek geometri seperti gambar semikumpulan yang dibincangkan oleh misalnya Guba dan Sapir [3], Pride dan Otto [6] serta Sim [7]. Persembahan  $M$  dikatakan nirfera jika tidak wujud sebarang gambar sfera yang terturun dalam  $M$ . Rujuk Pride dan Otto [6] atau Sim [7]. Jika permasalahan nirfera bagi sebarang monoid campuran boleh dikenalpasti, maka permasalahan kumpulan gambar rajah yang dibincangkan misalnya oleh Guba dan Sapir [3], Abdul Ghafur [1] dan Ahmad dan Al-Odahari [2] boleh diselesaikan.

Kertas ini mempertimbangkan persembahan monoid campuran  $[a, t; a^n, (ta)^m = (at)^m, (m, n \in \mathbb{N})]$  sebagai permulaan untuk menyelesaikan permasalahan kumpulan gambar rajah ini. Kami buktikan

**Teorem 1.1.** *Andaikan  $M' [a, t; a^n, (ta)^m = (at)^m, (m, n \in \mathbb{N})]$  persembahan monoid campuran. Maka  $M'$  bukan nirfera. Bukti teorem ini akan ditunjukkan dalam §2.*

Setiap gambar monoid  $P$  dalam  $M$  boleh difikirkan sebagai suatu graf. Bucu bagi graf adalah perkataan  $w$  dalam  $a \cup t$  dengan syarat unsur  $t$  dalam  $w$  mesti positif manakala sisi dalam graf adalah gambar atom dalam  $M$ . Rujuk misalnya dalam Guba dan Sapir [3] ataupun Klibarda [5]. Sebagai graf, kita peroleh suatu kumpulan dengan unsur-unsurnya adalah kelas-kelas kesetaraan lintasan tertutup. Kumpulan yang diperoleh ini dinamai *kumpulan gambar rajah* dan ditandai dengan  $D(M, w)$  yang perkataan  $w$  dipilih sebagai bucu asas. Kami buktikan



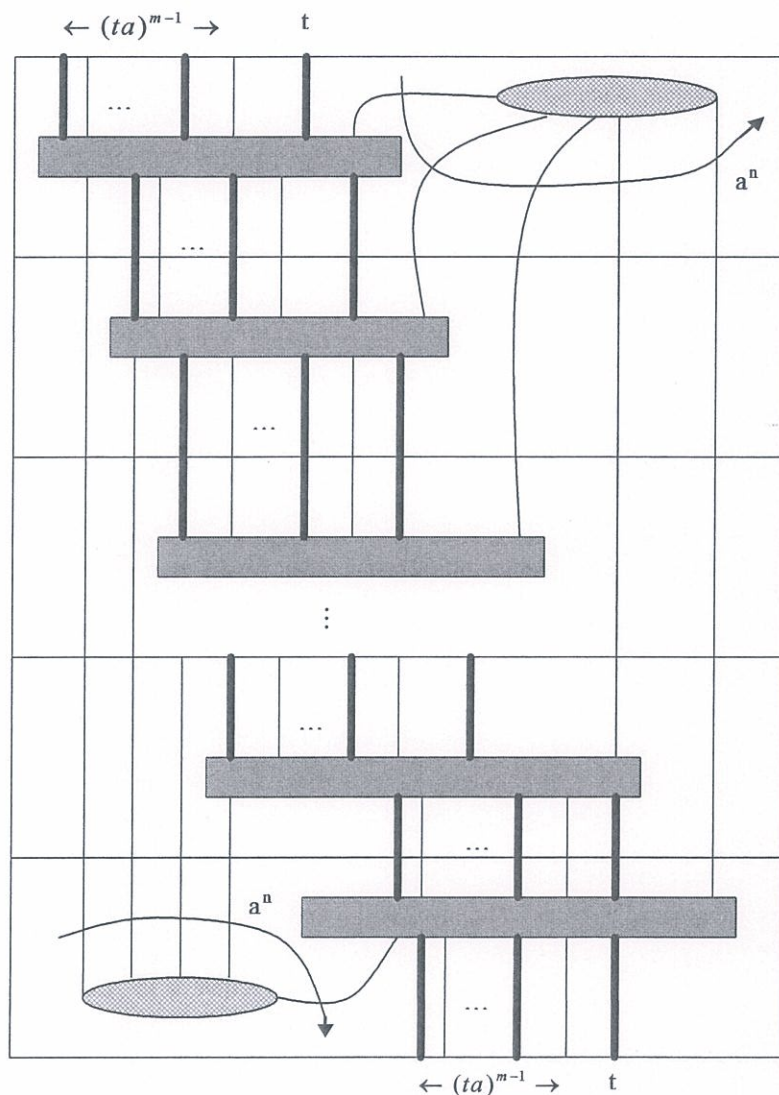
**Teorem 1.2.** Andaikan  $M' = [a, t; a^n, (ta)^m = (at)^m, (m, n \in \mathbb{N})]$  persembahan monoid campuran.

Maka  $D(M', (ta)^{m-1}t) \approx \mathbb{Z}$ .

Bukti teorem ini akan ditunjukkan dalam § 3.

## 2. BUKTI TEOREM 1

Andaikan  $M' = [a, t; a^n, (ta)^m = (at)^m, (m, n \in \mathbb{N})]$ . Pertimbangkan gambar sfera  $\mathbb{S}^1$  dalam  $M'$  berikut:



Rajah 1: Persembahan Monoid Campuran

Perhatikan

maka  $M'$

## 3. BUKTI

Pertimbang

Perhatikan  
melainkan c

sebarang ga  
satu lintasan

## 4. KAJI

Kertas ini m

campuran M

cuba diperke

oleh Kilgou

Gamb.

perolehi gan

gambar rajah

## RUJUKA

[1] Abdul  
63-65.

[2] A. G. B  
umbers  
No.

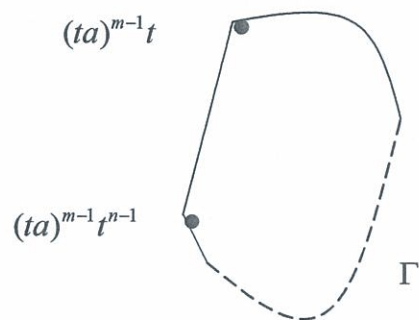


Perhatikan yang label atas  $P' = (ta)^{m-1}t$  = label bawah  $P'$ . Oleh kerana  $P'$  gambar sfera yang terturunkan maka  $M'$  bukan nirrsfera.

### 3. BUKTI TEOREM 2

Pertimbangkan semula gambar  $P'$  dalam §2. Jika difikirkan sebagai graf, kita perolehi

' $M'$ ' berikut:



Rajah 2: Graf Monoid Campuran

Perhatikan bahawa setiap bucu dalam  $\Gamma'$ , lengkung dengan simbol  $a$  berselang seli dengan lengkung  $t$  melainkan di sebelah kiri dan kanan. Maka setiap bucu hanya mempunyai dua pasangan sisi dan tidak wujud sebarang gambar atom lain yang boleh diletakkan pada sebarang bucu  $\Gamma'$ . Memandangkan  $\Gamma'$  merupakan satu lintasan yang tertutup, maka  $D(M', (ta)^{m-1}t) \approx \mathbb{Z}$ .

### 4. KAJIAN LANJUTAN

Kertas ini merupakan satu kajian awal. Kajian sebenarnya akan menumpukan kepada persembahan monoid campuran  $M = [a, t; a^n, r]$  yang  $t$  dan  $r$  mempunyai lebih daripada satu unsur. Suatu ujian nirrsfera akan cuba diperkenalkan. Sehingga kini, ujian yang digunakan ialah ujian graf kiri dan kanan yang diperkenalkan oleh Kilgour [4] tetapi tidak dapat diguna pakai sepenuhnya.

Gambar monoid yang dibincangkan disini dilukis di atas satah. Jika dilukis di atas silinder, kita perolehi gambar rajah silinder. Kajian lanjutan juga bertujuan untuk menentukan kenirrsfera kumpulan gambar rajah silinder ini.

### RUJUKAN

- [1] Abdul Ghafur bin Ahmad, 2002. Kumpulan Gambar Rajah Hasil Darab Langsung, Matematika Jilid 18 bil, 1, 63-65.
- [2] A. G. B. Ahmad and A. M. Al-Odhari, 2004. The Graph of Diagram Groups Constructed from Natural umbers Semigroup with Repeating Generator, Jour. Of Inst. of Math. & Comp. Sci. (Math. Ser.) Vol. 17, No. 1, 67-69.



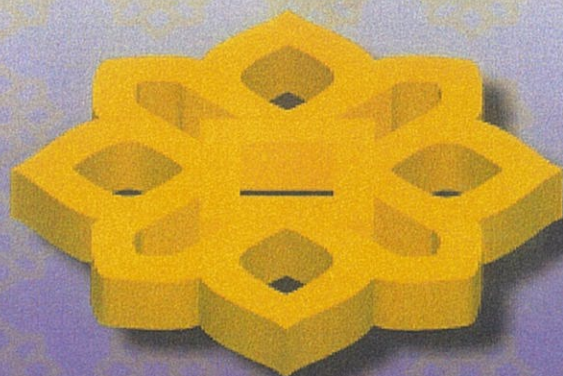
- [3] V. Guba and M. Sapir, 1997. Diagram Groups, *Memoirs of the AMS* 130, 620.
- [4] Kilgour, 1995. Using Pictures In Combinatorial Group and Semigroup Theory, Ph. D Thesis , University of Glasgow
- [5] V. Kilibarda, 1997. On The Algebra of Semigroup Diagram, *Ints. Jour. Of Algebra and Computation*, 7, 313-338.
- [6] S. J. Pride and F. Otto, 2005. On Higher Order Homological Finiteness of Rewriting Systems, *J. Pure Appl. Algebra*, Vol200, 149-161.
- [7] Sim Siaw Wei, 2006. Sifat Nirsfera Bagi Persembahan Monoid Campuran Dengan Menggunakan Kaedah Graf Kiri dan Graf Kanan, Tesis Sarjana Sains, Universiti Kebangsaan Malaysia.

---

Tay Choo Chuan dan Abd. Ghafur bin Ahmad  
Pusat Pengajian Sains Matematik  
Fakulti Sains dan Teknologi  
Universiti Kebangsaan Malaysia  
43600 UKM Bangi, Selangor  
tay\_5297\_2007@yahoo.com, ghafur@pkrisc.cc.ukm.my



## AS TIMES CHANGE, SO DO WE



To be a successful financial institution these days takes a lot of effort.

For starters, the bank should be truly dynamic, innovative, far-sighted and visionary in its quest to provide Malaysian everywhere the best financial services, products and insight.

Such as having the first EMV 2000 compliance credit card.

And making internet banking and SMS banking a common feature in view of the customers increasingly inter-connected world.

Apart from having various consumer products services, we also provide facilities and financing for the purpose of facilitating trade or providing working capital for our customers via our short term facilities.

Establishing its financial services and products on the just and fair foundation of Islamic principle can only serve to strengthen the bank's reputation as a provider of trustworthy and sound financial advice.

All these, and more, are readily available in one bank. The pioneer bank that first brought Islamic banking to the fore and continually revitalizes the industry with every passing day.

Bank Islam. Truly. "The Bank for All"

Bank Islam Malaysia Berhad (No. 98127-X)  
Darul Takaful, Jalan Sultan Ismail, 50250 Kuala Lumpur.  
Tel : 603-2616 9000 Fax : 603-2694 9077  
Telex : MA 31783 Swift : BIMBMYKL  
[www.bankislam.com.my](http://www.bankislam.com.my)



**Bank Islam**  
Bank Islam Malaysia Berhad



Pusat Penerbitan Universiti (UPENA)

ISBN 978-967-305-000-0



9 789673 050000





UNIVERSITI  
TEKNOLOGI  
MARA

18 SKOR MERIT

# SIJIL PENGHARGAAN

Dengan ini diakui bahawa  
*Tay Choo Chuan*  
telah menyertai

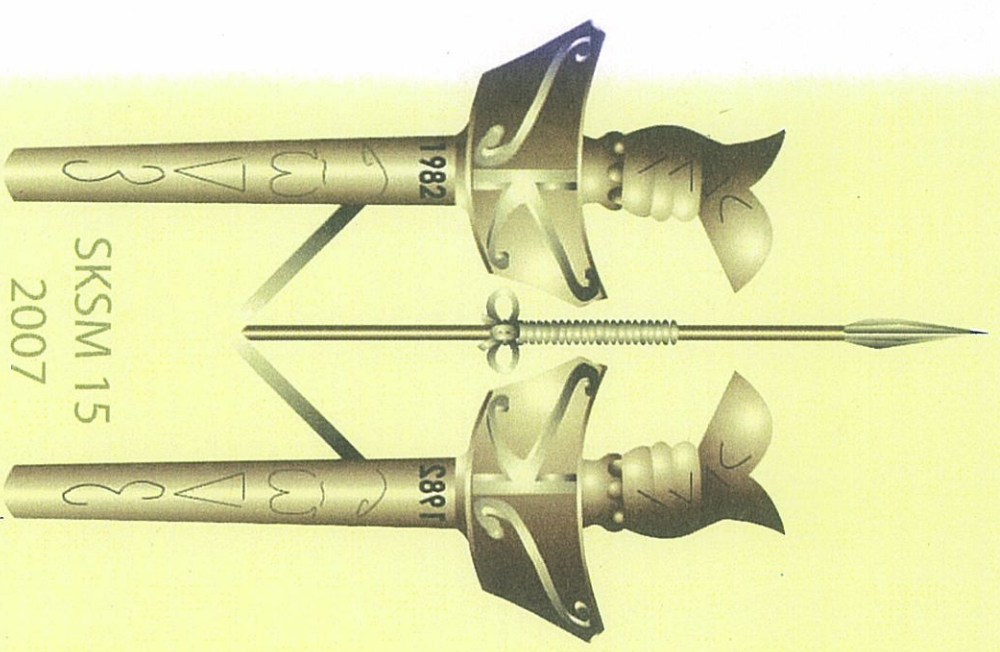
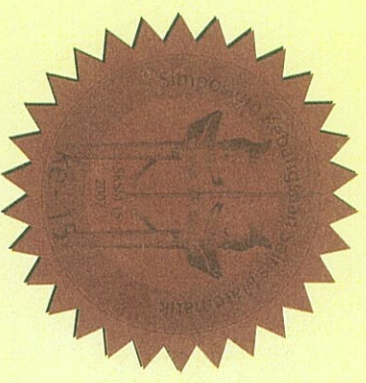
*Symposium Kebangsaan Sains Matematik Ke-XV*

sebagai

*Pembentang*

- anjukan
- Fakulti Teknologi Maklumat & Sains Kuantitatif, UTM
  - Persatuan Sains Matematik Malaysia
  - Persatuan Pendidikan Matematik Malaysia

yang telah diadakan pada 5 – 7 Jun 2007



◆ PENAJA UTAMA



Persatuan Pendidikan Matematik Malaysia



Fakulti Teknologi Maklumat & Sains Kuantitatif



Persatuan Sains Matematik Malaysia

*Prof Madya Dr. Adnan Ahmad*  
Dekan FTMSK  
Universiti Teknologi MARA